EXERCICE N°1 : 30' 4 points

Soit U la suite définie sur IN par $U_0 = \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{1+t}\,dt$ et $U_n = \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\left(t-\frac{1}{2}\right)^n}{(1+t)^{n+1}}\,dt$, $n \geq 1$.

1°) Calculer U_0.

2°) a) Vérifier que pour tout $t \in \left[0, \frac{1}{2}\right]$, $\frac{t-\frac{1}{2}}{(1+t)^2} = \frac{1}{1+t} - \frac{3}{2(1+t)^2}$.

b) Calculer alors U_1.

3°) a) A l'aide d'une intégration par parties, montrer que pour tout $n \geq 1$, $U_{n+1} = \frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{n+1} + U_n$

b) Calculer alors U_2 et U_3.

4°) Soit V la suite définie sur IN^* par $V_n = \int_0^{\frac{1}{2}} \left(t-\frac{1}{2}\right)^n dt$.

a) Calculer V_n en fonction de n et déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty} V_n$.

b) Montrer que pour tout $n \geq 1$, $0 \leq U_{2n} \leq V_{2n}$.

c) Déterminer alors $\lim\limits_{n\to+\infty} U_{2n}$.

d) En déduire $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$.

EXERCICE N°2 : 30' 5 points

Le tableau ci-dessous présente l'évolution du nombre hebdomadaire de visiteurs du site « **takiacademy.com** » au cours des huit premières semaines suivant sa création.

Rang de la semaine x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre de visiteurs y_i	205	252	327	349	412	423	441	472

1°) a) Représenter le nuage de points $M_i(x_i; y_i)$ dans le plan muni d'un repère orthogonal,

b) Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage de points, et le placer dans le repère précédent (on arrondira l'ordonnée du point G à l'unité près).

2°) a) Déterminer l'équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés.

(**Les coefficients *a* et *b* seront arrondis au centième**)

b) Tracer la droite (D) dans le repère précédent.

c) En utilisant l'ajustement affine précédent, estimer le nombre de visiteurs lors de la dixième semaine suivant la création du site.

3°) En remarquant que l'augmentation du nombre de visiteurs est plus faible sur les dernières semaines,

Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn